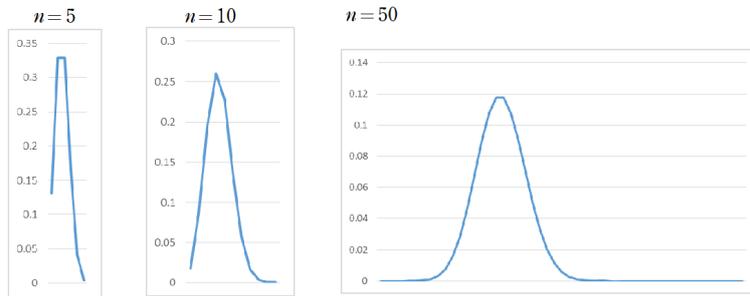


12 二項分布の正規分布による近似

二項分布 $B(n, p)$ について, $B(5, \frac{1}{3}), B(10, \frac{1}{3}), B(50, \frac{1}{3})$ の分布を折れ線グラフにしてみると,



正規分布の形に近づくことが分かる。8 で見たように, 確率変数 X が二項分布 $B(n, p)$ に従うとき, $E(X) = np, V(X) = np(1 - p)$ となる。

そして, n が大きいとき X は正規分布 $N(np, np(1 - p))$ に従うとみなせる。

例題 12

1つのさいころを 450 回投げる試行について, 3 の倍数が出る回数が 170 回以下である確率の近似値を求めよ。

解答

3 の倍数が X 回出るとすると, X は二項分布 $B\left(450, \frac{1}{3}\right)$ に従う。

このとき, $E(X) = 450 \cdot \frac{1}{3} = 150, V(X) = 450 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 100$ となる。450 回の試行回数は十分多いので, X は正規分布 $N(150, 100)$ に従うとみなせる。

$Z = \frac{X - 150}{\sqrt{100}}$ とすると, Z は標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。
よって,

$$\begin{aligned} P(X \leq 170) &= P(Z \leq 2) = 0.5 + P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.5 + 0.4772 = 0.9772 \quad \dots\dots (\text{答}) \end{aligned}$$

正規分布表の一部

z_0	0.00	...
0.0	0.0000	...
⋮	⋮	
2.0	0.4772	...

$$P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$$