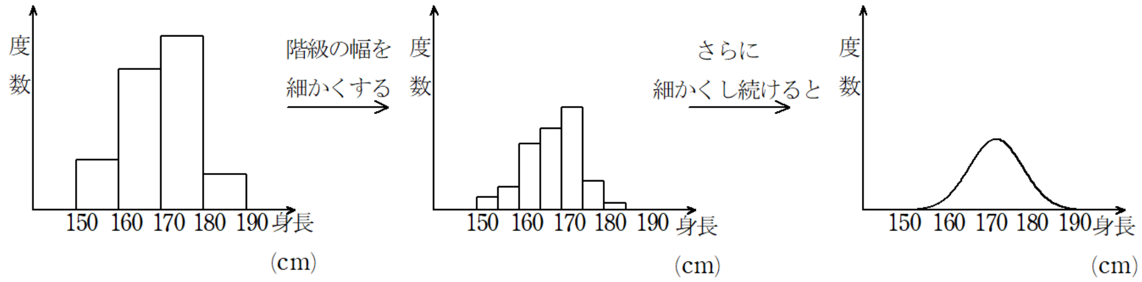
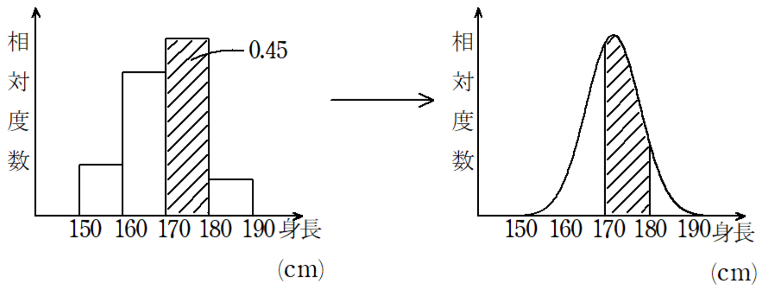
9 連続型確率変数

ここまでの話は, 確率変数がとびとびの値をとるものを考えていた. 確率変数の定義によれば, 身長や体重, 時間などの切れ目のないものを考えることができる.

例えばある集団の身長をヒストグラムにまとめ, 階級の幅を細かくしていくと滑らかな曲線に近づいていく.



縦軸を度数ではなく, 相対度数にすると, その階級に属する人の割合が分かる. そして, その割合の合計は 1 となる. 各階級の長方形の面積が相対度数となるヒストグラムを書き, 上と同様に階級の幅を細かくしていく.



170cm 以上 180cm 未満の階級の相対度数が 0.45 であったとき, 上の右図において, 曲線と 2 直線 $x = 170$, $x = 180$ および x 軸で囲まれる囲まれる **面積** は 0.45 となり, これは身長が 170cm 以上 180cm 未満である **確率** を表すことになる. この曲線を分布曲線といい, 分布曲線が $y = f(x)$ で表されているとき,$f(x)$ を確率密度関数という.

以上のことから, 確率変数 X の取る値の範囲が $a \leqq X \leqq b$, 確率密度関数を $f(x)$ とするとき,

$$\boxed{\int_a^b f(x)dx = 1}$$

であり,$\alpha \leqq X \leqq \beta$ である確率は,

$$\boxed{P(\alpha \leqq X \leqq \beta) = \int_\alpha^\beta f(x)dx}$$

となる.

例題 9

確率変数 X のとり得る値 x の範囲が $0 \leqq x \leqq 5$ であり, 確率密度関数が $f(x) = kx(0 \leqq x \leqq 5)$ で与えられているとき, 定数 k の値を求めよ. また,$P(1 \leqq x \leqq 3)$ を求めよ.

解答

$$\int_0^5 kxdx = k\left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^5 = \frac{25}{2}k = 1 \text{ より } k = \frac{2}{25} \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

また,$P(1 \leqq x \leqq 3) = \displaystyle\int_1^3 \frac{2}{25}xdx = \frac{1}{25}\left[x^2\right]_1^3 = \frac{8}{25}\cdots\cdots(\text{答})$