

8 二項分布

1回の試行で事象 A の起こる確率 $P(A)$ を p とおく. この試行を n 回繰り返したとき, A の起こる回数を X とすると, 確率変数 X の分布は

$$P(X = k) = {}_n C_k p^k (1 - p)^{n-k} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n)$$

となる. この確率分布を二項分布といい, X は二項分布 $B(n, p)$ に従う という.

例えば, 硬貨を 3 回投げるとき, 表の出る回数を X とすると,

$$P(X = k) = {}_3 C_k \left(\frac{1}{2}\right)^k \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{3-k} \quad (k = 0, 1, 2, 3)$$

であるから, X は二項分布 $B\left(3, \frac{1}{2}\right)$ に従う.

X が二項分布 $B(n, p)$ に従うとき, 平均, 分散, 標準偏差は

$$\begin{aligned} E(X) &= np \\ V(X) &= np(1 - p) \\ \sigma(X) &= \sqrt{np(1 - p)} \end{aligned}$$

となる.

例題 8

1 個のさいころを 3 回投げて, 3 以上の目が出る回数を X とする. X の期待値と分散を求めよ.

解答

1 回の試行において, 3 以上の目が出る確率は $\frac{2}{3}$ である.

X は二項分布 $B\left(3, \frac{2}{3}\right)$ に従うから,

$$E(X) = 3 \cdot \frac{2}{3} = 2 \quad \dots\dots (\text{答})$$

$$V(X) = 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3} \quad \dots\dots (\text{答})$$