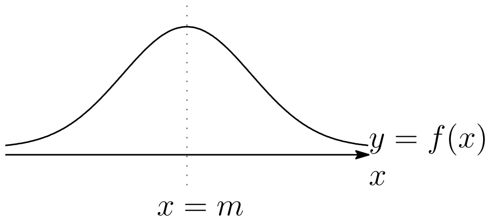
$\boxed{11}$　正規分布

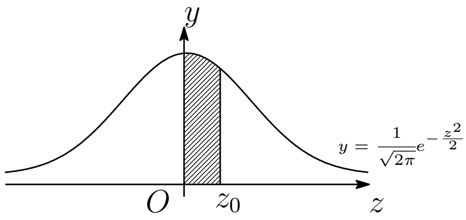
確率変数 X の確率密度関数が $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$ であるとき,
X は正規分布 $N(m,\sigma^2)$ に従うという.
ここで,m は平均,σ^2 は分散 (σ は標準偏差) である.
※ e はネイピア数という特別な定数で,$e=2.71828\cdots\cdots$ である.
曲線 $y=f(x)$ のグラフは直線 $x=m$ に関して対称となる.



特に,$m=0,\sigma=1$ とした分布を標準正規分布 $N(0,1)$ という. 関数密度関数は $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$ となり, 曲線 $y=f(x)$ と x 軸,y 軸および y 軸平行な直線で囲まれる面積は表にまとめられている. これを正規分布表という.
また, このグラフが y 軸対称であることもよく利用される.
以下, 正規分布表を利用するために, 変数変換をする.
確率変数 X が正規分布 $N(m,\sigma^2)$ に従うとき,

$$\boxed{Z=\frac{X-m}{\sigma}}$$

とおくと,Z は標準正規分布 $N(0,1)$ に従う.



正規分布表の一部

z_0	0.00	0.01	$\cdots$
0.0	0.0000	0.0040	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
1.0	0.3413	0.3438	$\cdots$

$P(0\leqq Z\leqq 1)=0.3413$
$P(0\leqq Z\leqq 1.01)=0.3438$

例題 11
ある集団のテストの得点 X は平均 60 点, 標準偏差 15 点の正規分布に従っていることが分かっている.45 点以上 75 点以下を取った人の割合は何 % か. また,90 点以上取った人の割合を求めよ.

$\boxed{\text{解答}}$

X は正規分布 $N(60,15^2)$ に従う. このとき,$Z=\dfrac{X-60}{15}$ とすると,
Z は標準正規分布 $N(0,1)$ に従う.
$45\leqq X\leqq 75$ のとき,$-1\leqq Z\leqq 1$ であるから,(グラフの対称性を考えて)

$$\begin{aligned}P(45\leqq X\leqq 75)&=P(-1\leqq Z\leqq 1)=2P(0\leqq Z\leqq 1)\\&=2\times 0.3413=0.6826\end{aligned}$$

よって,68.26%　$\cdots\cdots$(答)
また,$X\geqq 90$ のとき,$Z\geqq 2$ であるから,

$$\begin{aligned}P(X\geqq 90)&=P(Z\geqq 2)=0.5-P(0\leqq Z\leqq 2)\\&=0.5-0.4772=0.0228\end{aligned}$$

よって,2.28%　$\cdots\cdots$(答)

正規分布表の一部

z_0	0.00	$\cdots$
0.0	0.0000	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	
2.0	0.4772	$\cdots$

$P(0\leqq Z\leqq 2)=0.4772$