

7 独立な確率変数

確率変数  $X, Y$  が互いに独立であるとき,

$$E(XY) = E(X)E(Y)$$

が成り立つ.

さらに,

$$V(X + Y) = V(X) + V(Y)$$

が成り立つ. 4 変数変換の等式を使えば,  $V(aX + bY) = a^2V(X) + b^2V(Y)$  となる.

例題 7

大小2つのさいころを1回投げ, 出た目に応じて得点が得られるゲームを行う. 大きいさいころの出た目の数を  $X$ , 小さいさいころの出た目の数を  $Y$  とする.

- (1) 得点が  $XY$  で与えられるとき, 得点の平均を求めよ.
- (2) 得点が  $X + Y$  で与えられるとき, 得点の分散を求めよ.
- (3) 得点が  $2X + 3Y$  で与えられるとき, 得点の分散を求めよ.

解答

確率変数  $X, Y$  は独立であり, 平均は例題2からともに  $\frac{7}{2}$ , 分散は例題3からともに  $\frac{35}{12}$  である.

$$(1) E(XY) = E(X)E(Y) = \frac{7}{2} \cdot \frac{7}{2} = \frac{49}{4} \quad \dots\dots (答)$$

$$(2) V(X + Y) = V(X) + V(Y) = \frac{35}{12} + \frac{35}{12} = \frac{35}{6} \quad \dots\dots (答)$$

(3)  $X, Y$  が独立のとき  $2X, 3Y$  も独立である. したがって,

$$\begin{aligned} V(2X + 3Y) &= V(2X) + V(3Y) \\ &= 2^2V(X) + 3^2V(Y) \\ &= 4 \cdot \frac{35}{12} + 9 \cdot \frac{35}{12} \\ &= \frac{455}{12} \quad \dots\dots (答) \end{aligned}$$